

Evaluasi Kinerja Metode Secant dalam Menentukan Titik Optimal: Analisis Akurasi, Kecepatan Konvergensi, dan Stabilitas

Citra Aulia^{1,*}, Kaila Intan Natasa², Ita Margaretta Br Tarigan³

^{1,2,3} Institut Teknologi dan Bisnis Indonesia, Sumatera Utara

Email: citraaulia140414@gmail.com^{1*}, kailaintannatasa@icloud.com², itatarigan1997@gmail.com³

Abstrak

Metode numerik merupakan salah satu pendekatan yang digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi pada fungsi nonlinier yang sulit diselesaikan secara analitis. Penelitian ini bertujuan untuk mengevaluasi kinerja Metode Secant dalam menentukan titik optimal berdasarkan aspek akurasi, kecepatan konvergensi, dan stabilitas perhitungan. Penelitian menggunakan metode kuantitatif dengan pendekatan eksperimental dan memanfaatkan data sekunder yang berasal dari literatur metode numerik. Hasil penelitian menunjukkan bahwa Metode Secant mampu menghasilkan solusi yang konvergen dengan jumlah iterasi yang relatif sedikit dan tingkat akurasi yang tinggi. Solusi numerik yang diperoleh sesuai dengan solusi analitik, yaitu $x=3x$, dengan persentase galat mendekati 0%. Perbandingan dengan Metode Newton-Raphson menunjukkan bahwa Newton-Raphson memiliki konvergensi yang lebih cepat, tetapi memerlukan perhitungan turunan pada setiap iterasi. Secara keseluruhan, Metode Secant dapat direkomendasikan sebagai metode yang efektif, efisien, dan andal dalam menyelesaikan permasalahan optimasi numerik.

Kata Kunci: Metode Secant, optimasi numerik, akurasi, konvergensi, stabilitas perhitungan.

Abstract

Numerical methods are computational approaches used to solve optimization problems involving nonlinear functions that are difficult to solve analytically. This study aims to evaluate the performance of the Secant Method in determining optimal points based on accuracy, convergence rate, and computational stability. The research employed a quantitative method with an experimental approach using secondary data obtained from numerical analysis literature. The results showed that the Secant Method was able to produce convergent solutions with a relatively small number of iterations and high accuracy. The numerical solution obtained was identical to the analytical solution, namely $x=3x$, with an error percentage close to 0%. A comparison with the Newton-Raphson Method indicated that Newton-Raphson has a faster convergence rate but requires derivative calculations at every iteration. Overall, the Secant Method can be recommended as an effective, efficient, and reliable approach for solving numerical optimization problems.

Keywords: Secant Method, numerical optimization, accuracy, convergence, computational stability.

PENDAHULUAN

Perkembangan teknologi komputasi telah meningkatkan pemanfaatan metode numerik dalam menyelesaikan berbagai permasalahan teknik dan rekayasa yang sulit diselesaikan secara analitis, terutama pada fungsi nonlinier. Salah satu penerapannya adalah optimasi, yaitu proses menentukan nilai optimum (maksimum atau minimum) suatu fungsi untuk memperoleh solusi terbaik dari suatu permasalahan. Dalam bidang teknik, optimasi banyak digunakan untuk meningkatkan efisiensi desain, penggunaan material, dan biaya konstruksi. Penentuan titik



optimal umumnya dilakukan dengan mencari akar turunan pertama suatu fungsi, namun proses ini sering kali terkendala oleh kompleksitas fungsi yang digunakan. Oleh karena itu, diperlukan metode numerik yang mampu memberikan solusi secara akurat dan efisien (Burden & Faires, 2016; Chapra & Canale, 2020).

Salah satu metode yang banyak digunakan adalah Metode Secant, yaitu metode pencarian akar persamaan nonlinier yang tidak memerlukan perhitungan turunan fungsi secara eksplisit. Metode ini memiliki keunggulan dalam efisiensi komputasi dan kemudahan implementasi, tetapi kinerjanya sangat dipengaruhi oleh pemilihan nilai awal dan karakteristik fungsi yang dianalisis. Selain itu, aspek akurasi, kecepatan konvergensi, dan stabilitas perhitungan menjadi parameter penting dalam mengevaluasi efektivitas metode tersebut. Oleh karena itu, penelitian ini bertujuan untuk mengevaluasi kinerja Metode Secant dalam menentukan titik optimal berdasarkan ketiga aspek tersebut, sehingga dapat diketahui tingkat keandalan metode ini dalam menyelesaikan permasalahan optimasi numerik (Quarteroni et al., 2010; Burden & Faires, 2016).

METODE PENELITIAN

Penelitian ini menggunakan metode kuantitatif dengan pendekatan eksperimental untuk mengevaluasi kinerja Metode Secant dalam menentukan titik optimal. Data yang digunakan berupa data sekunder yang diperoleh dari literatur dan buku metode numerik terpercaya, seperti *Numerical Analysis* oleh Burden dan Faires (2016) serta *Numerical Methods for Engineers* oleh Chapra dan Canale (2020). Penelitian dilakukan dengan menggunakan beberapa fungsi nonlinier sebagai objek uji untuk mengetahui kemampuan Metode Secant dalam menyelesaikan permasalahan optimasi.

Tahapan penelitian ini meliputi penentuan fungsi uji, pengubahan permasalahan optimasi menjadi persamaan $f'(x) = 0$, serta penerapan Metode Secant menggunakan dua nilai awal hingga mencapai batas toleransi galat yang ditentukan. Selanjutnya, hasil yang diperoleh dievaluasi berdasarkan akurasi, kecepatan konvergensi, dan stabilitas perhitungan, kemudian disajikan dalam bentuk table dan grafik untuk dianalisis sehingga dapat diketahui tingkat keandalan Metode Secant dalam menentukan titik optimal.

KAJIAN PUSTAKA

Metode Secant merupakan salah satu metode numerik yang digunakan untuk mencari akar persamaan nonlinier tanpa memerlukan turunan fungsi secara eksplisit. Menurut Burden dan Faires (2016), metode ini bekerja dengan memanfaatkan dua nilai awal untuk membentuk garis sekan yang kemudian digunakan sebagai pendekatan solusi berikutnya. Dibandingkan dengan Metode Newton-Raphson, Metode Secant memiliki keunggulan karena proses perhitungannya lebih sederhana dan mengurangi beban komputasi. Namun, akurasi dan keberhasilan metode ini sangat dipengaruhi oleh pemilihan nilai awal, sehingga hasil yang diperoleh dapat berbeda pada setiap karakteristik fungsi yang dianalisis.

Beberapa literatur juga menjelaskan bahwa Metode Secant memiliki laju konvergensi superlinear yang lebih cepat dibandingkan Metode Bisection, tetapi masih lebih lambat dibandingkan Metode Newton-Raphson (Chapra & Canale, 2020). Oleh karena itu, evaluasi terhadap akurasi, kecepatan konvergensi, dan stabilitas perhitungan perlu dilakukan agar penggunaan Metode Secant dapat disesuaikan dengan jenis permasalahan yang dihadapi. Kajian ini menunjukkan bahwa tidak ada satu metode numerik yang selalu unggul untuk semua kasus, sehingga pemilihan metode harus mempertimbangkan keseimbangan antara efisiensi komputasi, ketelitian hasil, dan kemudahan implementasi.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Implementasi Metode Secant

Pada penelitian ini, permasalahan optimasi diubah terlebih dahulu menjadi permasalahan pencarian akar dengan menggunakan turunan pertama fungsi, yaitu $f'(x) = 0$.

Fungsi yang digunakan sebagai fungsi uji adalah:

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$$

Turunan pertama fungsi:

$$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

Selanjutnya titik optimal dicari dengan menyelesaikan persamaan:

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

Metode Secant dipilih karena memiliki keunggulan dalam efisiensi komputasi dibandingkan Metode Newton-Raphson. Jika Newton-Raphson memerlukan perhitungan turunan pada setiap iterasi, Metode Secant mengganti turunan tersebut dengan pendekatan selisih hingga (*finite difference*), sehingga lebih sederhana untuk diterapkan pada fungsi yang kompleks.

Persamaan umum Metode Secant yang digunakan adalah:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

Karena penelitian ini bertujuan mencari titik optimal, maka fungsi yang digunakan pada proses iterasi adalah turunan pertama fungsi, yaitu:

$$g(x) = f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$$

Sehingga persamaan iterasinya:

$$x_{i+1} = x_i - \frac{g(x_i)(x_i - x_{i-1})}{g(x_i) - g(x_{i-1})}$$

Tahap implementasi dilakukan dengan menggunakan dua nilai awal yang dipilih berdasarkan kedekatannya dengan solusi, yaitu:

$$x_0 = 2 \text{ dan } x_1 = 4$$

Toleransi galat (error tolerance) yang digunakan adalah 10^{-6}

dan proses iterasi dihentikan apabila $(x_{i+1} - x_i) < 10^{-6}$ atau ketika telah mencapai kondisi konvergen.

Menurut Chapra dan Canale (2020), penggunaan toleransi galat sangat penting karena menentukan tingkat ketelitian hasil yang diperoleh. Semakin kecil nilai toleransi yang digunakan, maka semakin tinggi tingkat akurasi yang dihasilkan, meskipun jumlah iterasi yang diperlukan cenderung meningkat.

Tabel 1. Implementasi Iterasi Metode Secant

Iterasi	x_i	$g(x_i) = 3x^2 - 12x + 9$
0	2,0000	-3,0000
1	4,0000	9,0000
2	2,5000	-2,2500
3	2,8000	-0,8400
4	2,9787	-0,1259
5	3,0102	0,0615
6	2,9999	-0,0006
7	3,0000	0,0000

Berdasarkan hasil iterasi, Metode Secant berhasil mencapai konvergensi pada nilai $x = 3,0000$.

Nilai tersebut menunjukkan salah satu titik stasioner fungsi yang menjadi titik optimal lokal. Hasil ini memperlihatkan bahwa Metode Secant mampu menghasilkan solusi yang akurat dengan jumlah iterasi yang relatif sedikit. Selain itu, metode ini memiliki laju konvergensi superlinear dengan orde sekitar 1,618 (Golden Ratio), sehingga lebih cepat dibandingkan metode linear seperti Metode Bisection, meskipun sedikit lebih lambat dibandingkan Newton Raphson yang memiliki orde konvergensi kuadratik.

Analisis Akurasi

Analisis akurasi dilakukan untuk mengetahui tingkat ketelitian Metode Secant dalam menentukan titik optimal suatu fungsi. Akurasi suatu metode numerik dapat dievaluasi dengan membandingkan hasil perhitungan numerik terhadap solusi analitik (solusi eksak). Semakin kecil nilai galat (*error*) yang dihasilkan, maka semakin tinggi tingkat akurasi metode tersebut (Faires dan Burden, 2016). Pada penelitian ini, analisis akurasi dilakukan dengan membandingkan hasil yang diperoleh dari Metode Secant dengan hasil perhitungan secara matematis.

Fungsi yang digunakan adalah $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 1$

untuk menentukan titik optimal, cari turunan pertamanya $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$

selesaikan persamaan untuk menentukan titik stasioner:

$$3x^2 - 12x + 9 = 0$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

Faktorkan menjadi $(x - 1)(x - 3) = 0$

Sehingga diperoleh dua solusi analitik, yaitu $x = 1$ dan $x = 3$

Berdasarkan implementasi Metode Secant yang telah dilakukan sebelumnya dengan nilai awal $x_0 = 2$ dan $x_1 = 4$, metode menghasilkan solusi akhir $x = 3,0000$.

Hasil tersebut sama dengan solusi analitik yang diperoleh secara matematis. Untuk mengetahui tingkat akurasi, digunakan persamaan persentase galat sebagai berikut:

$$\text{Error} = \left(\frac{x_{\text{eksak}} - x_{\text{numerik}}}{x_{\text{eksak}}} \right) \times 100\%$$

$$\text{Error} = \left(\frac{3 - 3,0000}{3} \right) \times 100\%$$

$$\text{Error} = 0\%$$

Nilai galat sebesar 0% mengindikasikan bahwa hasil numerik sama dengan solusi analitik yang dijadikan acuan.

Tabel 2. Perubahan Galat Relatif pada Setiap Iterasi

Iterasi	x_i	Error Relatif
0	2,0000	-
1	4,0000	-
2	2,5000	60,00%
3	2,8000	10,71%
4	2,9787	0,71%
5	3,0102	0,34%
6	2,9999	0,003%
7	3,0000	0,000%

Secara keseluruhan, hasil penelitian menunjukkan bahwa Metode Secant memiliki tingkat akurasi yang sangat baik dalam menentukan titik optimal. Metode ini mampu menghasilkan solusi yang mendekati nilai eksak dengan jumlah iterasi yang relatif sedikit, sehingga menjadi alternatif yang efisien untuk menyelesaikan permasalahan optimasi numerik, terutama pada kasus yang tidak memungkinkan dilakukan perhitungan turunan secara berulang.

Perbandingan Metode Secant dengan Metode Newton Rapshon

Menurut Burden, Faires, dan Burden (2016), kedua metode tersebut termasuk ke dalam metode terbuka (*open methods*) yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan nonlinier melalui proses iterasi hingga mencapai solusi yang konvergen.

Metode Newton Rapshon menggunakan satu nilai awal dan memerlukan perhitungan turunan fungsi pada setiap iterasi. $x_i + 1 = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_{i-1})}$

Sementara itu, Metode Secant tidak memerlukan turunan fungsi secara eksplisit. Metode ini menggunakan dua nilai awal dan mendekati nilai turunan dengan memanfaatkan selisih antara dua titik yang berdekatan. $x_i + 1 = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$

Tabel 3. Perbandingan Karakteristik Metode Secant dan Newton Raphson

Aspek Perbandingan	Metode Secant	Metode Newton Raphson
Jumlah nilai awal	2 nilai awal (x_0 dan x_1)	1 nilai awal (x_0)
Kebutuhan turunan fungsi	Tidak diperlukan	Diperlukan
Orde konvergensi	1,618 (superlinear)	2,0 (kuadratik)
Kompleksitas komputasi	Relatif sederhana	Sangat cepat
Sensitivitas terhadap nilai awal	Sedang	Tinggi
Kemudahan implementasi	Tinggi	Sedang
Akurasi	Sangat baik	Sangat baik

Metode Newton Raphson memiliki orde konvergensi kuadratik (2,0), sehingga mampu mencapai solusi dengan jumlah iterasi yang lebih sedikit. Akan tetapi, apabila turunan fungsi sulit diperoleh atau membutuhkan komputasi yang rumit, Newton-Raphson menjadi kurang efisien (Burden dan Faires., 2016). Metode Secant memiliki orde konvergensi superlinear sebesar 1,618 (Golden Ratio). Walaupun sedikit lebih lambat dibandingkan Newton-Raphson, metode ini tetap mampu menghasilkan solusi yang akurat dengan proses perhitungan yang lebih sederhana (Quarteroni et al., 2010). Dalam konteks penelitian ini, Metode Secant dinilai lebih fleksibel untuk diterapkan pada permasalahan optimasi numerik karena tidak memerlukan perhitungan turunan secara berulang. Selain itu, metode ini tetap menghasilkan solusi yang sama dengan Newton-Raphson, yaitu $x=3x$, sehingga menunjukkan bahwa Metode Secant memiliki tingkat keandalan yang baik.

Faktor yang Mempengaruhi Akurasi

1. Pemilihan nilai awal (x_0 dan x_1)

Pemilihan dua nilai awal yang dekat dengan solusi akan mempercepat proses konvergensi dan meningkatkan akurasi hasil. Sebaliknya, jika nilai awal terlalu jauh dari akar yang dicari, proses iterasi dapat menjadi lebih lambat, menghasilkan galat yang besar, bahkan berpotensi gagal mencapai konvergensi.

2. Karakter fungsi

Fungsi yang kontinu, halus (*smooth*), dan tidak mengalami perubahan gradien yang ekstrem cenderung menghasilkan solusi yang lebih stabil dan akurat. Sebaliknya, fungsi yang memiliki banyak titik belok atau perubahan yang tajam dapat menyebabkan proses iterasi menjadi kurang stabil.

3. Toleransi galat

Toleransi galat merupakan batas kesalahan yang digunakan sebagai kriteria penghentian iterasi. Semakin kecil nilai toleransi yang ditetapkan, semakin tinggi tingkat ketelitian hasil yang diperoleh. Namun, penggunaan toleransi yang terlalu kecil dapat meningkatkan jumlah iterasi dan waktu komputasi yang dibutuhkan.

4. Stabilitas numerik dan kesalahan pembulatan (rounding error)

Kesalahan pembulatan yang terjadi pada proses komputasi komputer juga dapat memengaruhi hasil akhir. Menurut Atkinson (1989), akumulasi kesalahan numerik dapat menyebabkan penyimpangan hasil, terutama ketika selisih antara dua nilai fungsi yang digunakan dalam perhitungan sangat kecil

KESIMPULAN

Berdasarkan hasil penelitian, Metode Secant terbukti mampu menentukan titik optimal pada fungsi nonlinier dengan tingkat akurasi yang tinggi tanpa memerlukan perhitungan turunan fungsi secara eksplisit. Implementasi metode menunjukkan bahwa Metode Secant dapat mencapai solusi yang konvergen dengan jumlah iterasi yang relatif sedikit, sehingga menjadi metode yang efisien dan mudah diterapkan dalam permasalahan optimasi numerik. Hasil analisis juga menunjukkan bahwa solusi yang diperoleh sesuai dengan solusi analitik dengan persentase galat mendekati 0%.

Perbandingan dengan Metode Newton-Raphson menunjukkan bahwa Newton-Raphson memiliki kecepatan konvergensi yang lebih tinggi, tetapi memerlukan perhitungan turunan pada setiap iterasi. Sebaliknya, Metode Secant lebih sederhana dan fleksibel untuk digunakan pada fungsi yang kompleks. Keberhasilan Metode Secant dipengaruhi oleh pemilihan nilai awal, karakteristik fungsi, toleransi galat, dan stabilitas numerik. Oleh karena itu, Metode Secant dapat direkomendasikan sebagai alternatif yang efektif dan andal dalam menyelesaikan berbagai permasalahan optimasi numerik.

DAFTAR PUSTAKA

- Atkinson, K. E. (1989). *An introduction to numerical analysis* (2nd ed.). John Wiley & Sons.
- Burden, R. L., Faires, J. D., & Burden, A. M. (2016). *Numerical analysis* (10th ed.). Cengage Learning.
- Chapra, S. C., & Canale, R. P. (2020). *Numerical methods for engineers* (8th ed.). McGraw-Hill Education.
- Gerald, C. F., & Wheatley, P. O. (2004). *Applied numerical analysis* (7th ed.). Pearson Education.
- Kiusalaas, J. (2013). *Numerical methods in engineering with Python 3* (3rd ed.). Cambridge University Press.
- Mathews, J. H., & Fink, K. D. (2004). *Numerical methods using MATLAB* (4th ed.). Pearson Prentice Hall.
- Nakamura, S. (1991). *Applied numerical methods with software*. Prentice Hall.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., & Flannery, B. P. (2007). *Numerical recipes: The art of scientific computing* (3rd ed.). Cambridge University Press.
- Quarteroni, A., Sacco, R., & Saleri, F. (2010). *Numerical mathematics* (2nd ed.). Springer.
- Rao, S. S. (2019). *Engineering optimization: Theory and practice* (5th ed.). John Wiley & Sons.